

The Dragon Curve

A Magical Math Journey



Η Καμπύλη του Δράκου: Ένα Μαγικό Μαθηματικό Ταξίδι

Alicia Burdess

Katrina Shirley

Ελληνικά: Όλγα Κασσώτη



Πρώιμα Μαθηματικά
στην Οικογένεια

Early
Family
Math



Διαδραστική
Ιστορία

Ελληνικά

Ενήλικοι Αναγνώστες

3 Επίπεδα Συζήτησης Επιλέξτε το κατάλληλο επίπεδο για το παιδί σας. Δώστε χρόνο για σκέψη όταν κάνετε ερωτήσεις ή σχόλια. Βοηθήστε στην απάντηση όταν το παιδί δυσκολεύεται και, όταν δίνει σωστές απαντήσεις, συνεχίστε με ερωτήσεις ή σχόλια που αποτελούν μικρές επεκτάσεις της απάντησης του παιδιού.

Επίπεδο 1 Κάντε απλές άμεσες ερωτήσεις. Ρωτήστε και δείξτε τι βλέπετε στη σελίδα. Πού είναι το παιχνίδι; Τι κάνουν; Πώς το λένε; Τι χρώμα είναι; Πόσες μπάλες υπάρχουν;

Επίπεδο 2 Κάντε γενικές ή ανοιχτές ερωτήσεις για αυτό το σημείο της ιστορίας. Τι βλέπεις να συμβαίνει εδώ; Τι είναι αυτή η ομάδα πραγμάτων;

Επίπεδο 3 Ρωτήστε για τη ροή της ιστορίας. Τι έχει συμβεί; Τι θα συμβεί στη συνέχεια; Έχεις ζήσει ή δει πράγματα παρόμοια με αυτά; Πώς αισθάνεται εκείνη όταν συμβαίνει αυτό;

Math Themes and Words Μέτρημα ως το 200 και σχήματα. Ορθές γωνίες, τετράγωνα, ορθογώνια, κύκλοι, κατοπτρική και περιστροφική συμμετρία, όμοια σχήματα, μοτίβα και ακολουθίες, διπλασιασμός, δυνάμεις του 2 και του 3, εκτίμηση.

Διαβάστε, Μιλήστε και Διασκεδάστε! Οι ερωτήσεις και τα σχόλια που παρέχονται είναι μόνο η αρχή.

Για την πρώτη ανάγνωση, διαβάστε τις κόκκινες ερωτήσεις και τα σχόλια.

Για τη δεύτερη ανάγνωση, διαβάστε τις μπλε ερωτήσεις και τα σχόλια.

Για την τρίτη ανάγνωση, διαβάστε τις πράσινες ερωτήσεις και τα σχόλια.

Μετά από αυτό, ακολουθήστε τα ενδιαφέροντα του παιδιού σας και αφήστε τις συζητήσεις σας να κινηθούν σε διασκεδαστικές κατευθύνσεις.

Η Αϊγιάννα βαριόταν.

Η μαμά της έλεγε πάντα πως μόνο όσοι
είναι βαρετοί βαριούνται.

Έτσι βγήκε έξω να βρει κάτι να κάνει.

Με την άκρη του ματιού της είδε μια
μακριά, λεπτή λωρίδα χαρτιού στο
έδαφος.

«Αναρωτιέμαι τι να είναι αυτό.»

Τη σήκωσε ...



1. Πότε έχεις νιώσει εσύ βαρεμάρα;

2. Τι ενδιαφέρον έχεις βρει σε βόλτες σου;

3. Σου αρέσει να περπατάς μόνος ή προτιμάς
παρέα;

Έμοιαζε με **δρόμο!**



1. Ένας ίσιος δρόμος μοιάζει με ευθεία γραμμή. Τι άλλα πράγματα μοιάζουν με ευθεία;

2. Μπορείς να σκεφτείς κάτι που να συνεχίζει ίσια για πάντα;

3. Μικρά τμήματα ευθειών είναι τέλεια για να φτιάχνεις σχήματα. Μπορείς να κάνεις επίπεδα σχήματα όπως τρίγωνα, ορθογώνια (όπως αυτή η σελίδα) και οκτάγωνα (όπως οι πινακίδες stop). Ποια άλλα σχήματα μπορείς να φτιάξεις έτσι;



Ακολούθησε το δρόμο.

1. Λες το κίτρινο χαρτί να είναι τόσο μακρύ,
ή το φαντάζεται;

2. Είναι διασκεδαστικό να εξερευνείς. Έχεις
περπατήσει ποτέ σε μέρη που δεν είχες
ξαναδεί;

3. Φαίνεται χιονισμένο και κρύο εκεί όπου
είναι η Αϊγιάννα. Μένεις σε περιοχή που
χιονίζει;

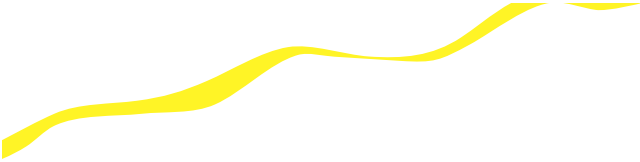


Η Αϊγιάνα ξεκίνησε την περιπέτειά της έχοντας φανταστεί ζεστό ήλιο και ανοιξιιάτικο αεράκι.

1. Γιατί λες να φανταζόταν πως ήταν σε ζεστό μέρος;

2. Γιατί μερικά δέντρα έχουν βελόνες κι άλλα γυμνά κλαδιά;

3. Πού βρίσκεται η Αϊγιάνα σ' αυτή την εικόνα; Είναι μέσα σε χιονοστοιβάδα;



Καθώς περπατούσε, έπιασε και τα δυο άκρα του «δρόμου» της και τον δίπλωσε στα δύο, φέρνοντας το αριστερό άκρο πάνω στο δεξί.

Ύστερα το άνοιξε ...

1. Όταν δύο γραμμές συναντιούνται σχηματίζουν μια γωνία. Αν η γωνία είναι όπως η γωνία αυτής της σελίδας, λέγεται ορθή.

2. Για να διπλώσεις μαζί με την Αϊγιάννα, χρησιμοποίησε μια πολύ μακριά, λεπτή λωρίδα χαρτιού. Δίπλωσε πάντα με τον ίδιο τρόπο, π.χ. το αριστερό άκρο πάνω στο δεξί. Όταν ανοίγεις, στήσε τη λωρίδα όρθια ώστε οι διπλώσεις να μοιάζουν με πατώματα ή τοίχους με ορθές γωνίες.

3. Σου αρέσει να διπλώνεις χαρτί για να κάνεις σχήματα; Έχεις φτιάξει ποτέ απλό χάρτινο αεροπλανάκι διπλώνοντας χαρτί;

Έμοιαζε με **βουνό!**



1. Βλέπεις γύρω σου σημεία όπου δύο γραμμές σχηματίζουν ορθή γωνία; Πιθανότατα υπάρχουν πολλά – πόσα μπορείς να βρεις;

2. Τα ορθογώνια είναι τετράπλευρα επίπεδα σχήματα με ορθές γωνίες σε κάθε γωνιά. Η σελίδα αυτής της ιστορίας είναι ορθογώνιο. Βλέπεις ορθογώνια κοντά σου;

3. Τα τετράγωνα είναι τετράπλευρα με τέσσερις ορθές γωνίες και τέσσερις πλευρές ίσου μήκους. Μπορείς να βρεις ορθογώνια που δεν είναι τετράγωνα; Μπορείς να βρεις τετράγωνα που δεν είναι ορθογώνια; (δεν υπάρχουν – κάθε τετράγωνο είναι και ορθογώνιο)



Ακολούθησε το δρόμο και
σκαρφάλωσε στο βουνό.

1. Πόσο ψηλά λες να φτάνει ο δρόμος αυτός;
2. Νομίζεις ότι θα μπορούσες να ανέβεις ως την κορυφή;
3. Μένεις κοντά σε βουνά ή σε επίπεδη περιοχή;



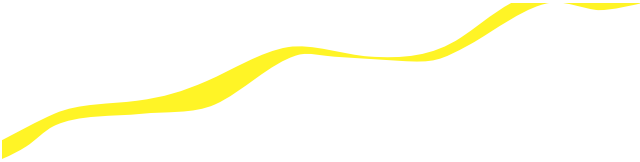
Η Αϊγιάννα έβλεπε έναν ολόκληρο καινούριο κόσμο από την κορυφή του βουνού.

«Τι θα γινόταν αν δίπλωνα ξανά το χαρτί μου;»

1. Η εικόνα δείχνει την Αϊγιάννα στην κορυφή. Μπορείς να φανταστείς τον εαυτό σου σε κορυφή βουνού;

2. Πόσο μακριά μπορείς να δεις από μια κορυφή; Τώρα γύρω σου τι εμποδίζει να δεις μακριά;

3. Αυτά τα βουνά έχουν μυτερές κορυφές. Έχεις δει εικόνες βουνών με στρογγυλές κορυφές; Γιατί μερικά είναι στρογγυλεμένα και άλλα αιχμηρά;




Ξαναδίπλωσε το βουνό της και το
δίπλωσε πάλι στα δύο, φέρνοντας το
αριστερό άκρο πάνω στο δεξί.

Ύστερα το άνοιξε ...

1. Πόσες διπλώσεις έχει κάνει ως τώρα; (2)

2. Πόσα ευθύγραμμα τμήματα θα έχει τώρα;
(4)

3. Τι πράγματα διπλώνεις για να τα φυλάξεις;
Πόσες φορές τα διπλώνεις; Πάντα στη μέση
ή καμιά φορά σε τρία ή τέσσερα ίσα μέρη;



Έμοιαζε με **λουλούδι!**



1. Τι άλλο μοιάζει με τα τέσσερα τμήματα της εικόνας;

2. Μια εκτίμηση είναι μια υπολογισμένη υπόθεση. Χωρίς να μετρήσεις, εκτίμησε πόσοι μικροί σπόροι υπάρχουν σε αυτό το άνθος. Μετά μέτρησέ τους για να δεις πόσο κοντά έφτασες.

3. Οι εκτιμήσεις είναι ένα διασκεδαστικό παιχνίδι που μπορείς να παίξεις με άλλους. Κάντε γρήγορες εκτιμήσεις και μετά μετρήστε για να δείτε ποιος πλησίασε περισσότερο.



Ακολούθησε το δρόμο,
σκαρφάλωσε στο βουνό
και κράτησε το λουλούδι ψηλά στον
αέρα.

1. Μπορείς να καταλάβεις προς τα πού φυσά
ο άνεμος;

2. Οι πικραλίδες έχουν σπόρους όπως στην
εικόνα. Αυτά τα λουλούδια φυτρώνουν σε
πολλά μέρη του κόσμου. Υπάρχουν τέτοια
λουλούδια εκεί που ζεις;

3. Τα φυτά θέλουν να εξαπλώνονται. Πώς
βοηθά το να πετούν οι σπόροι με τον άνεμο;




Η Αϊγιάννα παρακολουθούσε τους σπόρους να παρασύρονται και αναρωτιόταν πού θα τους πάει ο άνεμος. Δεν βαριόταν πια!

1. Πώς νομίζεις ότι νιώθει τώρα; Γιατί δεν βαριέται πλέον; Τι άλλαξε;

2. Όταν βαριέσαι, μένεις έτσι ή ψάχνεις κάτι ενδιαφέρον;

3. Η απορία για το πού θα πάνε οι σπόροι ήταν ένας τρόπος να μην βαριέται. Τι άλλες ερωτήσεις θα μπορούσε να κάνει η Αϊγιάννα για να μην βαρεθεί;




Ξαναδίπλωσε το λουλούδι της και το
δίπλωσε πάλι στα δύο, όπως πριν.

Ύστερα το άνοιξε ...

1. Πρόβλεψε πώς θα μοιάζει ένα λουλούδι
διπλωμένο στα δύο.

2. Το οριγκάμι είναι ιαπωνική τέχνη
διπλώματος χαρτιού. Συνήθως χρησιμοποιεί
ένα τετράγωνο φύλλο χαρτί. Έχεις φτιάξει
ποτέ γερανό με τη μέθοδο οριγκάμι;

3. Ίσως σου αρέσει η εξερεύνηση τρόπων
διπλώματος χαρτιού ή και υφάσματος σε
διάφορα σχήματα και ζώα.



Έμοιαζε με **αγριοκάτσικο!**



1. Το κιριγκάμι συνδυάζει δίπλωμα και κόψιμο. Το πιο απλό είναι να διπλώσεις μια φορά και να κόψεις ένα σχήμα, όπως ένα πρόσωπο, ένα δέντρο ή ένα λουλούδι.

2. Υπάρχουν πολλοί τρόποι συμμετρίας. Ο πιο συνηθισμένος είναι η κατοπτρική. Αν διπλώσεις ένα χαρτί μια φορά και το κόψεις, το σχέδιο θα έχει πάντα κατοπτρική συμμετρία. Ποιες καθημερινές εικόνες έχουν κατοπτρική συμμετρία; (πρόσωπα, σώματα, πλακάκια, καρέκλες)

3. Το διπλωμένο χαρτί της Αϊγιάνας δεν έχει κατοπτρική συμμετρία, αλλά αν περιστρέψεις το μισό κατά ένα τέταρτο, παίρνεις το άλλο μισό—δοκίμασέ το!



Ακολούθησε το δρόμο,
σκαρφάλωσε στο βουνό,
κράτησε το λουλούδι ψηλά,
και χαμογέλασε στο αγριοκάτσικο.

1. Το λουλούδι που κρατά τώρα φαίνεται διαφορετικό από το προηγούμενο. Χωρίς να κοιτάξεις πίσω, σε τι διαφέρει και σε τι μοιάζει;

2. Έχει το λουλούδι κατοπτρική συμμετρία;

3. Αν περιστρέψεις λίγο το λουλούδι γύρω από το κέντρο του, φαίνεται το ίδιο; Αυτή είναι περιστροφική συμμετρία. Βλέπεις πράγματα με περιστροφική συμμετρία γύρω σου;



Η Αϊγιάννα κοίταζε το αγριοκάτσικο να ισορροπεί στον βράχο.

«Πόσο πιο ψηλά μπορεί να ανέβει;»

Τώρα είχε γίνει περίεργη! Τι άλλο θα ανακάλυπτε;

1. Πόσο καλή είναι η ισορροπία σου; Μπορείς να σταθείς στο ένα πόδι;

2. Ένας ζυγός αριθμός μπορεί να χωριστεί σε δύο ίσα μέρη. Πες μερικούς ζυγούς αριθμούς. Ποια ζευγάρια μερών του αγριοκάτσικου είναι ζυγά; (μάτια, κέρατα, πόδια)

3. Αν δεις το αγριοκάτσικο από μπροστά έχει κατοπτρική συμμετρία. Ποια μέρη βρίσκονται στη γραμμή συμμετρίας;

Ξαναδίπλωσε το αγριοκάτσικο και το
δίπλωσε πάλι στα δύο.

Ύστερα το άνοιξε ...

1. Πόσες διπλώσεις είναι τώρα και σε πόσα
τμήματα θα διαιρεθεί; (4, 16)

2. Κάθε δίπλωμα διπλασιάζει τα τμήματα.

3. Τα λουλούδια που κρατά τώρα είναι ίδια με
προηγούμενα; Σε τι διαφέρουν;



Έμοιαζε με **σύννεφο!**



1. Κάθε νέο σχήμα εμφανίζεται μέσα σε κύκλο. Γιατί νομίζεις ότι το κάνει αυτό ο καλλιτέχνης;

2. Πόσους κύκλους μπορείς να βρεις γύρω σου;

3. Οι κύκλοι έχουν ίδιο σχήμα αλλά διαφορετικά μεγέθη. Δύο σχήματα που είναι ίδια λέγονται όμοια. Μερικά από αυτά τα σύννεφα είναι όμοια μεταξύ τους;



Ακολούθησε το δρόμο,
σκαρφάλωσε το βουνό,
κράτησε το λουλούδι,
χαμογέλασε στο αγριοκάτσικο,
και κοίταξε τα σύννεφα.

1. Ένα μοτίβο είναι μια ακολουθία που ακολουθεί κανόνα. Εδώ ο κανόνας είναι ότι οι ενέργειες της Αϊγιάννα ακολουθούν τα σχήματα που δημιουργούνται. Υπάρχουν πέντε βήματα στο μοτίβο των ενεργειών ως τώρα. Τι νομίζεις ότι θα ακολουθήσει;

2. Μοτίβα μπορούν να δημιουργηθούν με διάφορα μέσα και τρόπους. Φτιάξε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο με ήχους: π.χ. παλαμάκι-παλαμάκι- χτύπημα στα πόδια, παλαμάκι-παλαμάκι- χτύπημα στα πόδια.

3. Μπορείς να δημιουργήσεις ένα αριθμητικό μοτίβο; Συνέχισε τις ακολουθίες 2,4,6,8,10 και 1,4,2,5,3,6,4,7.




Η Αϊγιάννα φανταζόταν όλα τα διαφορετικά σχήματα που μπορούσε να βρει στον ουρανό καθώς η ζέστη του απογεύματος υποχωρούσε.

1. Έχεις κοιτάξει ποτέ σύννεφα και φανταστείς ζώα; Τι είδες;

2. Βλέπεις γνωστές φιγούρες σ' αυτά τα σύννεφα; Τι νομίζεις ότι βλέπει η Αϊγιάννα;

3. Η Αϊγιάννα φαντάζεται ότι αυτή είναι μια ηλιόλουστη μέρα. Αν είναι στη φαντασία της, γιατί να μην μένει ο ήλιος συνέχεια ψηλά;




Ξαναδίπλωσε το σύννεφο και το
δίπλωσε πάλι στα δύο.

Ύστερα το άνοιξε ...

1. Εσύ έχεις διαλέξει τόσο μακριά λωρίδα που να μπορείς να τη διπλώσεις ακόμα; Αν όχι, μπορείς να αρχίσεις απ' την αρχή με μια πιο μακριά λωρίδα. Μπορείς να φτιάξεις μια πιο μακριά λωρίδα κολλώντας πολλά μικρότερα κομμάτια μαζί.

2. Αν συνεχίσεις να διπλώνεις ένα χαρτί στα δύο, πόσες φορές μπορείς να το κάνεις πριν γίνει πολύ δύσκολο να συνεχίσεις; Πέντε, έξι, επτά, οχτώ, εννιά, δέκα φορές? Ποιο είναι το περισσότερο που μπόρεσες;

3. Κάθε δίπλωμα διπλασιάζει το πάχος του χαρτιού. Αν αρχίζει το φύλλο από 1 χλστ., πόσο παχύ γίνεται μετά από 4 διπλώσεις (16 χλστ). Μετά από 8 διπλώσεις; (256 χλστ – πάνω από 25 εκ!)



Έμοιαζε με **ιστιοφόρο!**



1. Έχεις μπει ποτέ σε βάρκα που πλέει στο νερό; Έχεις μπει σε ιστιοφόρο; Τα ιστιοφόρα φεύγουν γρήγορα με δυνατό αέρα αλλά δυσκολεύονται χωρίς άνεμο.

2. Τα πανιά στο ιστιοφόρο μοιάζουν με χαρταετούς. Έχεις πετάξει ποτέ χαρταετό ή είδες κάποιον να πετά χαρταετό;

3. Πόσα πανιά έχει αυτό το ιστιοφόρο; Γιατί λες να έχει τόσα πολλά;



Ακολούθησε τον δρόμο,
σκαρφάλωσε στο βουνό,
κράτησε το λουλούδι ψηλά,
χαμογέλασε στο αγριοκάτσικο,
κοίταξε τα σύννεφα,
και μπήκε στο ιστιοφόρο.

1. Το ιστιοφόρο προστέθηκε στο τέλος της λίστας. Μπορείς να πεις τη λίστα των έξι βημάτων χωρίς να κοιτάξεις την ιστορία;

2. Είναι διασκεδαστικό να λες απ' έξω ιστορίες ή τραγούδια. Μπορείς να πεις κάποια ιστορία ή ποίημα ή να τραγουδήσεις ένα τραγούδι απ' έξω;

3. Έχεις αγαπημένο τραγούδι που σ' αρέσει να τραγουδάς; Πώς νιώθεις όταν το τραγουδάς;




Η Αϊγιάνα είχε αγωνία να δει πού θα την πάει το ιστιοφόρο.

Το φεγγάρι ξεπρόβαλε στον ορίζοντα καθώς η μέρα γινόταν νύχτα.

1. Ο ήλιος δεν φαίνεται τη νύχτα. Είναι πάντα ορατό το φεγγάρι τη νύχτα; Το 'χεις δει μέρα;

2. Όταν έχει πανσέληνο βλέπεις αρκετά καλά τη νύχτα. Σου αρέσει να πηγαίνεις βόλτες όταν έχει πανσέληνο;

3. Τι συμβαίνει με τον ήλιο τη νύχτα; Χάνεται ή τον βλέπουν άλλοι άνθρωποι;




Ξαναδίπλωσε το ιστιοφόρο και το
δίπλωσε πάλι στα δύο.

Ύστερα το άνοιξε ...

1. Πόσες διπλώσεις έχει κάνει και πόσα
τμήματα υπάρχουν τώρα; (6, 64)

2. Γράψε τη σειρά των τμημάτων ως τώρα:
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. Το να φτιάξεις ένα πίνακα
με τα στοιχεία που έχεις σε βοηθά να δεις τα
μοτίβα στα στοιχεία.

3. Όταν πολλαπλασιάζεις έναν αριθμό με τον
εαυτό του επανειλημμένα, αυτό ονομάζεται
δύναμη. Η λίστα 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 είναι
δυνάμεις του 2. Για παράδειγμα $2 \times 2 \times 2 \times 2$ είναι
το 2 στην δύναμη του 4 (στην 4η δύναμη), και
κάνει 16.



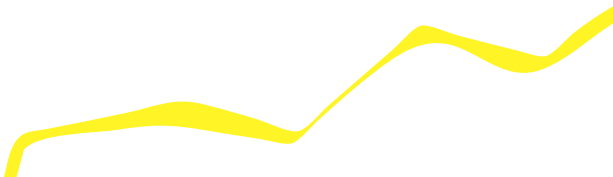
Έμοιαζε με **ποτάμι!**



1. Δες πόσο ελικοειδές είναι το ποτάμι. Τα φυσικά ποτάμια καμπυλώνουν επειδή χρειάζονται έναν τρόπο να αποβάλλουν όλη την ενέργεια του νερού που ρέει προς τα κάτω. Φαντάσου πόσο γρήγορα θα έτρεχε το νερό αν έρεε σε ευθεία γραμμή!

2. Όπως το νερό στο ποτάμι «τρέχει», μοιάζει πολύ με τη δική σου ανάγκη να τρέχεις για να αποβάλεις την παραπάνω ενέργειά σου. Τι κάνεις όταν νιώθεις γεμάτος ενέργεια;

3. Μένεις κοντά σε ποτάμι, λίμνη ή γενικά σε νερό; Σου αρέσει να κολυμπάς;





Ακολούθησε το δρόμο,
σκαρφάλωσε το βουνό,
κράτησε το λουλούδι,
χαμογέλασε στο αγριοκάτσικο,
κοίταξε τα σύννεφα,
μπήκε στο ιστιοφόρο,
και κατέβηκε το ποτάμι.

1. Η Αϊγιάννα έφτιαξε μια μεγάλη ιστορία με τα σχήματα από το διπλωμένο χαρτί της. Βρες αντικείμενα γύρω σου και φτιάξε κι εσύ ιστορία μ' αυτά.

2. Έχει χάρτη που ξεκινά από τον ίδιο δρόμο και προχωρά με διάφορα βήματα. Έχεις προσπαθήσει ποτέ να βρεις κάτι χρησιμοποιώντας χάρτη;

3. Ο χάρτης είναι μικρότερη εκδοχή του πραγματικού κόσμου. Συνήθως έχει το ίδιο σχήμα με αυτό που απεικονίζει, αλλά είναι πολύ μικρότερο. Αυτό σημαίνει ότι ο πραγματικός κόσμος και ο χάρτης έχουν παρόμοιο σχήμα.




Η Αϊγιάνα απολάμβανε τον άγριο παφλασμό και τον αέρα στα μαλλιά της καθώς το φως της μέρας χανόταν.

1. Πού βρίσκεται το αγριοκάτσικο στον χάρτη;
Μήπως μπήκε σε λάθος σημείο;

2. Τα ποτάμια ρέουν από ψηλά προς χαμηλά.
Λες το ποτάμι να έπρεπε να βγαίνει από τα βουνά;

3. Είναι αρκετά μεγάλο το ποτάμι για τόσο μεγάλο ιστιοφόρο;




Ξαναδίπλωσε το ποτάμι και το
δίπλωσε πάλι στα δύο.

Ύστερα το άνοιξε ...

1. Το διπλωμένο ποτάμι θα δημιουργήσει δύο
ποτάμια, ένα μεγαλύτερο ποτάμι ή κάτι άλλο;

2. Κάνε υποθέσεις για το νέο σχήμα που θα
βγει.

3. Θα μπορέσει να συνεχίζει για πάντα να
διπλώνει; Θα μπορέσει να συνεχίσει να
δημιουργεί νέα σχήματα; Τι μπορεί να τη
σταματήσει;



Έμοιαζε με **δράκο!**



1. Αν προσέξεις, θα βρεις όλα τα προηγούμενα σχήματα μέσα στις καμπύλες του δράκου.

2. Αν μετρήσεις θα βρεις: 2 ποτάμια, 4 ιστιοφόρα, 8 σύννεφα, 16 αγριοκάτσικα, 32 λουλούδια, 64 βουνά. Γιατί διπλασιάζεται συνεχώς ο αριθμός; (κάθε δίπλωμα διπλασιάζει τα υπάρχοντα σχήματα)

3. Έχεις δει εικόνες δράκων; Περίγραψε ό,τι γνωρίζεις για τους δράκους. Είναι αληθινοί ή φανταστικοί;



Ακολούθησε το δρόμο,
σκαρφάλωσε το βουνό,
κράτησε το λουλούδι,
χαμογέλασε στο αγριοκάτσικο,
κοίταξε τα σύννεφα,
μπήκε στο ιστιοφόρο,
κατέβηκε το ποτάμι,
και πήδηξε στη ράχη του δράκου.

Η Αϊγιάνα και ο δράκος πέταξαν στον
έναστρο ουρανό.

Έβλεπε τον κόσμο από ψηλά, γεμάτο
όμορφα μοτίβα.

1. Ποια μέρη του δράκου βλέπουμε στην
εικόνα;

2. Έχεις φανταστεί ποτέ πώς θα ήταν αν
μπορούσες να πετάξεις;

3. Φαντάσου ένα πουλί τόσο μεγάλο που να
σε κουβαλά στην πλάτη του και να πετάτε
στον ουρανό!



1. Φαίνεται χαρούμενη πάνω στον δράκο. Θα σου άρεσε ή θα σε φόβιζε ή και τα δύο;

2. Πώς νιώθει ο δράκος με έναν άνθρωπο στην πλάτη;

3. Οι δράκοι λέγεται ότι βγάζουν φωτιά. Αυτό θα ήταν υπέροχο θέαμα στον νυχτερινό ουρανό. Νομίζεις ότι αυτός μπορεί να το κάνει;



Η Αϊγιάννα έπιασε τα δύο άκρα του δράκου και τον δίπλωσε πάλι. Προσπάθησε να τον ξαναδιπλώσει, αλλά ήταν πολύ δύσκολο!

1. Για την Αϊγιάννα, επτά διπλώσεις ήταν το όριο. Πόσες μπόρεσες εσύ;

2. Δύο στην έβδομη δύναμη είναι 128, οπότε ο δράκος έχει 128 τμήματα.

3. Φαντάσου πόσο μεγάλος αριθμός είναι οι δυνάμεις του 3. Ποιες είναι οι πρώτες δυνάμεις του 3; (1, 3, 9, 27, 81...)



Ο δράκος και η Αἰγιάννα πήραν τον δρόμο για το σπίτι.
Κοίταξε το ποτάμι,
είδε το ιστιοφόρο,
πέρασε τα σύννεφα,
χαιρέτησε το αγριοκάτσικο,
θαύμασε τα λουλούδια,
κοίταξε έκθαμβη τα βουνά,
και, πολύ μακριά,
διέκρινε τη μικρή λωρίδα δρόμου
όπου είχε αρχίσει η περιπέτεια.

1. Στις εικόνες αυτής και της προηγούμενης σελίδας λείπει ένα από τα σχήματα για τα οποία ακούσαμε στην ιστορία. Ποιο λείπει;

2. Στην εικόνα μερικά τετράγωνα είναι ολόκληρα και από άλλα λείπει κάποιο κομμάτι. Υπάρχει άραγε μοτίβο για να βρεις πόσα είναι τα ολόκληρα;

3. Σκέψου περισσότερες ερωτήσεις γι' αυτά τα τμήματα – μια νέα περιπέτεια!



Η Αϊγιάνα άκουσε τη μαμά της να την φωνάζει.

«Αϊγιάνα, ώρα για ύπνο.»

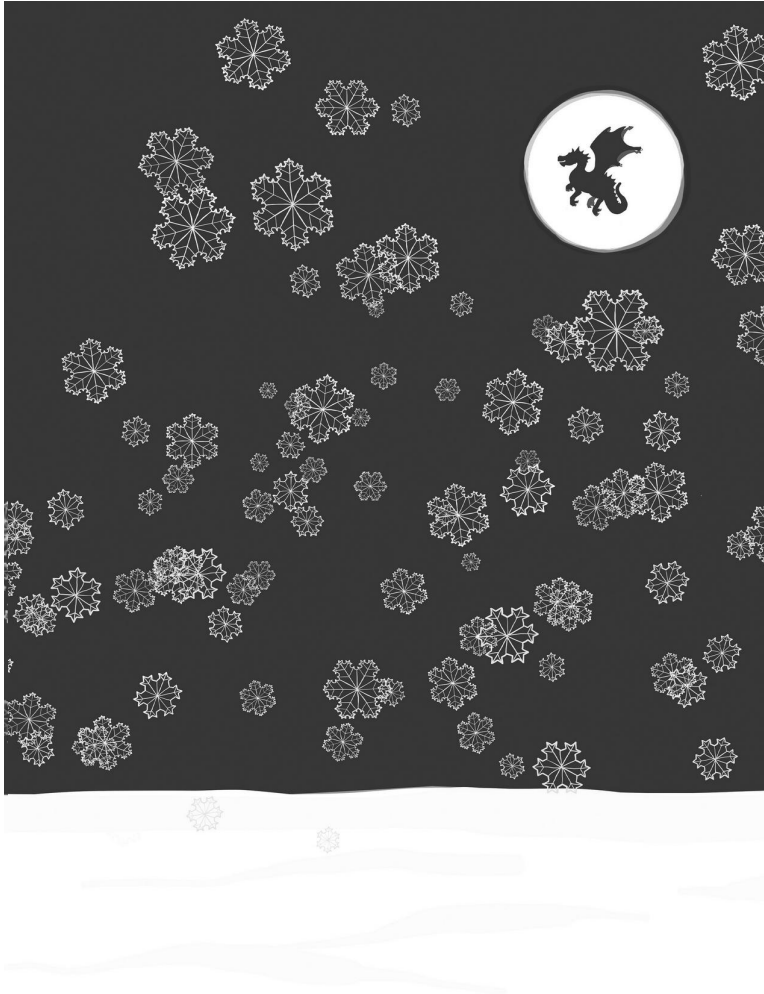
Ανέβηκε τα σκαλιά και είδε τον δράκο να φεύγει στο φως του φεγγαριού.

Νιφάδες χιονιού στροβιλίζονταν καθώς η Αϊγιάνα έβαζε τη λωρίδα χαρτιού στην τσέπη για να το φυλάξει για άλλη μέρα.

1. Δεν κάνει πια ζέστη. Τι άλλαξε;

2. Όταν βγάλει ξανά το χαρτί θα βρει νέους τρόπους να το διπλώσει ή θα ξαναεπισκεφτεί τα γνωστά σχήματα;

3. Στις περιπέτειες προτιμάς μέρη τα οποία γνωρίζεις ότι σου αρέσουν στα σίγουρα ή δοκιμάζεις την τύχη σου με νέα μέρη και νέες εμπειρίες;



Κι ύστερα παρατήρησε προσεκτικά μία από τις **χιονονιφάδες ...**

1. Τι παρατηρείς σε αυτές τις νιφάδες; (έξι «πέταλα», κατοπτρική και περιστροφική συμμετρία, ομοιότητα μεταξύ τους)
2. Λες να υπάρχει τρόπος να φτιάξεις αυτές τις νιφάδες όπως φτιάχτηκε η καμπύλη του δρόκου;
3. Βλέποντας αλλιώς τα συνηθισμένα πράγματα σε «ξυπνάει» σε σχέση με το πόσα έχει να σου προσφέρει ο κόσμος. Κράτα μάτια και μυαλό ανοιχτά για μαγικά μαθηματικά ταξίδια!

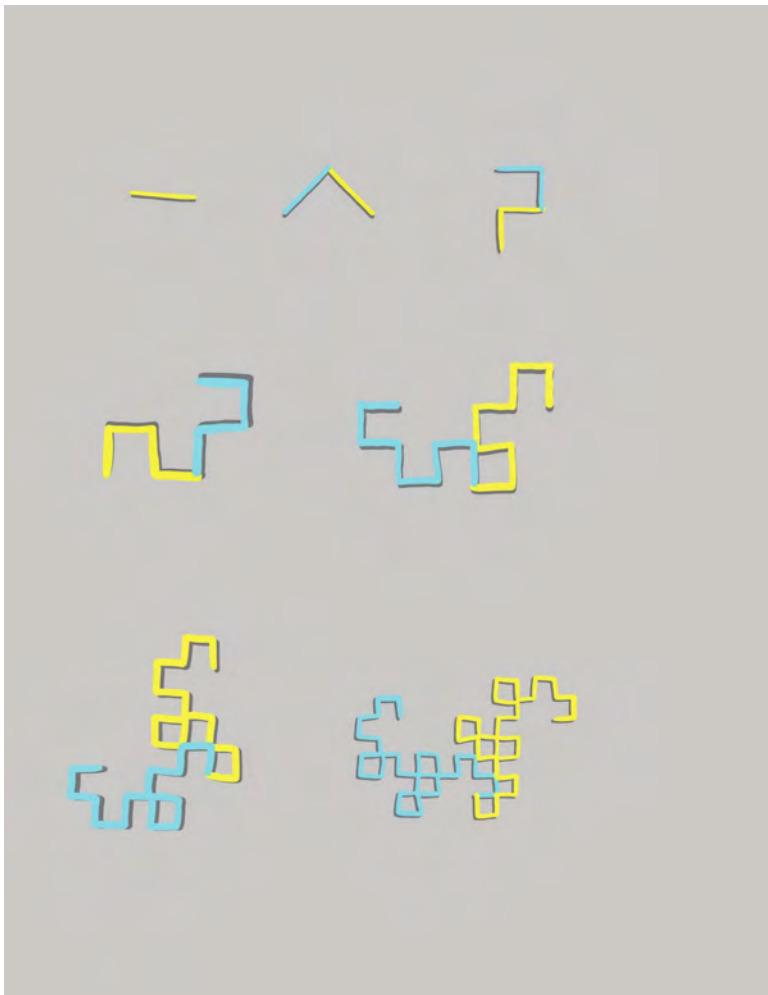
Οι Καμπύλες του Δράκου και τα Φράκταλ

Ένα **φράκταλ** είναι ένα μοτίβο που συνεχίζεται για πάντα ακολουθώντας τον ίδιο κανόνα ξανά και ξανά. Ο μαθηματικός Benoit Mandelbrot το περιέγραψε, το 1975, ως ένα γεωμετρικό σχήμα «που μεγενθύνεται για πάντα». Όσο ζουμάρεις, βλέπεις μικρότερα κομμάτια, το καθένα μικρογραφία του όλου.

Όταν η Αϊγιάνα δίπλωνε το χαρτί της με τον ίδιο τρόπο, δημιούργησε ένα φράκταλ γνωστό ως **η Καμπύλη του Δράκου**. Με κάθε δίπλωμα ο χώρος ανάμεσα στις διπλώσεις μικραίνει και το μοτίβο γίνεται πιο λεπτομερές. Θεωρητικά αυτό το μοτίβο μπορεί να συνεχιστεί στο άπειρο: ο δράκος διπλώνεται πάνω στον εαυτό του, γεμίζοντας τον χώρο, χωρίς ποτέ να διασταυρώνεται με τον εαυτό του ή να φτάνει σε αδιέξοδο. Όταν μεγεθύνετε ένα μέρος του δράκου, βλέπετε έναν μικρότερο δράκο. Θα μπορούσατε να μεγεθύνετε για πάντα! Υπάρχουν μερικά όμορφα βίντεο στο διαδίκτυο.

Η **Νιφάδα Κοχ (Koch)** είναι άλλο ένα φράκταλ στη διαδρομή της Αϊγιάνας. Ξεκίνα με ένα τρίγωνο όπου κάθε πλευρά έχει το ίδιο μήκος (ένα ισόπλευρο τρίγωνο). Χώρισε κάθε πλευρά σε τρία ίσα μέρη και φτιάξε ένα καινούριο ισόπλευρο τρίγωνο στο μεσαίο τρίτο κάθε πλευράς. Σβήσε το κάτω μέρος κάθε νέου τριγώνου και συνέχισε το μοτίβο. Γρήγορα θα αρχίσει να μοιάζει με νιφάδα χιονιού, με κάθε βήμα να κάνει το σχέδιο πιο λεπτομερές.

Η φύση είναι γεμάτη φράκταλ: φτέρες, δέντρα, βουνά, πικραλίδες, σύννεφα, ποτάμια, νιφάδες χιονιού, ακτογραμμές, κοχύλια, κυκλώνες, κεραυνοί, οι πνεύμονες, το μπρόκολο. Μπορείς να βρεις κάποια από αυτά στην περιπέτεια της Αϊγιάνας; Διάσημα φράκταλ είναι επίσης το Σύνολο Mandelbrot, το Τρίγωνο Sierpinski και το Σφουγγάρι Menger.



Εδώ είναι τα σχήματα με 0, 1, 2, 3, 4, 5 και 6 διπλώσεις.

Μπορείς να το κάνεις κι εσύ: πάρε μια μακριά λωρίδα χαρτιού και δίπλωσέ την στη μέση – το αριστερό άκρο πάνω στο δεξί. Άνοιξέ την ώστε να σχηματιστεί γωνία 90 μοιρών. Τώρα κοίταξε το χαρτί σου — έχει μια δίπλωση. Δίπλωσε ξανά το χαρτί σου και στη συνέχεια δίπλωσε το στη μέση με τον ίδιο τρόπο, το αριστερό άκρο προς το δεξί. Τώρα, όταν το ανοίξεις ξανά, διατηρώντας όλες τις γωνίες 90 μοιρών (που μοιάζουν με δάπεδα και τοίχους), έχεις διαφορετικές διπλώσεις που πηγαίνουν σε διαφορετικές κατευθύνσεις.

Όταν στήσεις τη λωρίδα χαρτιού σου όρθια, θα δεις ένα συναρπαστικό μοτίβο, γεμάτο τετράγωνα και γωνίες 90 μοιρών, που εκτείνονται προς όλες τις κατευθύνσεις.



Αυτά είναι τα σχήματα με 7, 8, 9, 10, 11 και 12 διπλώσεις.

Μετά από πέντε-έξι διπλώσεις το χαρτί σου αρχίζει να θυμίζει δράκο. Αν συνέχιζες άπειρα, κάθε βήμα θα έκανε τον δράκο πιο περίπλοκο. Η καμπύλη του δράκου είναι μια καμπύλη που «γεμίζει» το χώρο· κάθε δίπλωμα μικραίνει τα κενά και προσθέτει λεπτομέρεια.

Πολλοί δράκοι μπορούν να συνδυαστούν για να δημιουργηθούν εντυπωσιακά σχέδια. Δύο δράκοι συνδεδεμένοι κεφάλι με ουρά δίνουν τον επόμενο σε μέγεθος δράκο. Τέσσερις δράκοι συνδεδεμένοι κεφάλι με κεφάλι φτιάχνουν μια σπείρα. Πολλοί δράκοι ουρά με ουρά καλύπτουν μια επιφάνεια. Υπάρχουν πολλοί τρόποι περιστροφής, ανάκλασης και μετατόπισης δράκων για να δημιουργηθεί όμορφη γεωμετρική τέχνη.

Πνευματικά δικαιώματα και ευχαριστίες

Συγγραφέας: Alicia Burdess

Εικονογράφος: Katrina Shirley

Σχόλια: Chris Wright

© Πνευματικά δικαιώματα 2021 Alicia Burdess. Με την παρούσα παρέχεται άδεια για την παραγωγή και διανομή ψηφιακών ηλεκτρονικών αντιγράφων του παρόντος έργου χωρίς τροποποιήσεις και χωρίς εμπορικό όφελος. Δεν επιτρέπεται καμία άλλη μορφή αναπαραγωγής οποιουδήποτε μέρους του παρόντος έργου χωρίς την έγγραφη άδεια του κατόχου των πνευματικών δικαιωμάτων.

Ευχαριστίες συγγραφέως: Ένα τεράστιο ευχαριστώ στους μαθηματικούς ήρωές μου που άλλαξαν τη ζωή μου δείχνοντάς μου τι μπορεί να είναι η μάθηση και η διδασκαλία των μαθηματικών: Norma Lachance, Jessie Shirley, Marj Farris, Geri Lorway, Grayson Wheatley, Peter Liljedahl, Annette Rouleau, James Tanton, Nathalie Sinclair, Rina Zazkis, David Pimm, Sunil Singh, Jo Boaler και David Martin. Μου παρουσιάσατε την ομορφιά και τη χαρά των μοτίβων και της επίλυσης προβλημάτων, της βαθιάς μάθησης, της συνεργατικής ομαδικής εργασίας και των «Σκεπτόμενων Σχολικών Τάξεων». Σας ευχαριστώ που ήσασταν αναπόσπαστο μέρος του μαθηματικού μου ταξιδιού!

Τέλος, ευχαριστώ την Katrina Shirley. Χωρίς εσένα, η Αϊγιάννα και η ιστορία της δεν θα είχαν ποτέ ζωντανέψει.

Ευχαριστίες εικονογράφου: Για τις δύο πιο σημαντικές γυναίκες της ζωής μου — τη μητέρα και τη γιαγιά μου. Σας ευχαριστώ.